

Instrucciones: Contestar completamente los siguientes ejercicios. Ayuda a tus compañeros si te lo solicitan, explicándoles el procedimiento y sin permitir que simplemente te copien el trabajo. ¡No olvides anexar las hojas con los procedimientos!

Nombre: _____ Matrícula: _____

1. (10 puntos) Contesta las siguientes preguntas.
 - a) ¿Qué es un sistema matemático?
 - b) ¿Qué es una demostración?
 - c) ¿Cuál es la definición formal de "entero par"?
 - d) ¿Cuál es la definición formal de "entero impar"?
 - e) ¿Qué es una prueba por contradicción?
 - f) ¿Qué es una prueba indirecta?
 - g) ¿Qué es una prueba por contrapositiva?
2. (10 puntos) Pruebe que para todos los enteros m y n , si m y n son impares, entonces $m + n$ es par.
3. (10 puntos) Pruebe que para todos los enteros m y n , si m y n son impares, entonces mn es impar.
4. (10 puntos) Formule con símbolos los argumentos de los ejercicios 31 al 35 y determine si cada uno es válido. Sean:

p : Estudio duro.

q : Obtengo 10.

r : Me hago rico.

- a) Si estudio duro, entonces obtengo 10.
 $\frac{\text{Estudio duro.}}{\therefore \text{obtengo 10.}}$
- b) Si estudio duro, entonces obtengo 10.
 $\frac{\text{Si no me hago rico, entonces no obtengo 10.}}{\therefore \text{Me hago rico.}}$
- c) Estudio duro si y sólo si me hago rico.
 $\frac{\text{Me hago rico}}{\therefore \text{estudio duro.}}$

5. (10 puntos) Escriba el argumento en palabras y determine si cada argumento es válido. Sean

p : Estudio duro.

q : Obtengo 10.

r : Me hago rico.

$$\begin{array}{l} a) \ p \rightarrow r \\ \quad \frac{p \rightarrow q}{\therefore p \rightarrow (r \wedge q)} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} b) \ p \rightarrow r \\ \quad \frac{r \rightarrow q}{\therefore q} \end{array}$$

6. (10 puntos) Diga qué regla de inferencia se usó.

- a) Si la pesca es un deporte popular, entonces el lacrosse es muy popular en California. La pesca es un deporte popular. Por lo tanto, el lacrosse es muy popular en California.
- b) La pesca es un deporte popular o el lacrosse es muy popular en California. El lacrosse no es muy popular en California. Por lo tanto, la pesca es un deporte popular.

7. (10 puntos) Dé un argumento usando las reglas de inferencia para demostrar que la conclusión se deriva de las hipótesis.

- a) Hipótesis: Si el auto tiene gasolina, entonces iré a la tienda. Si voy a la tienda, entonces compraré un refresco. El auto tiene gasolina. Conclusión: Compraré un refresco.
- b) Hipótesis: Si Julio puede cantar o Daniel puede jugar, entonces compraré el CD. Julio puede cantar. Compraré el reproductor de CD. Conclusión: Compraré el CD y el reproductor de CD.

8. (30 puntos) Mediante inducción matemática, verifique que cada ecuación es verdadera para todo entero positivo n .

$$a) \ 1 + 3 + 5 + \cdots + (2n - 1) = n^2$$

$$b) \ 1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \cdots + n(n + 1) = \frac{n(n + 1)(n + 2)}{3}$$

$$c) \ 1^2 + 2^2 + 3^2 + \cdots + n^2 = \frac{n(n + 1)(2n + 1)}{6}$$